PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE BALEARES

JUNIO - 2003

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Contesta de manera clara y razonada una de las dos opciones propuestas. Cada cuestión se puntúa sobre 10 puntos. La calificación final se obtiene de dividir el total entre 4.

OPCIÓN A

1º) De la familia de planos $\pi \equiv x+(k+1)y-z+2k=0$, hallar las ecuaciones de los que están a 2 unidades de distancia del punto P(1, 1, 1).

2º) Una matriz 3 x 3 de números reales decimos que es triangular superior si $a_{ij} = 0$ siempre que i > j (es decir, si todos los elementos situados por debajo de la diagonal principal son todos 0). Encontrar las matrices triangulares superiores A tales que verifiquen simultáneamente $A \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $A \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. ¿No hay alguna que sea inversible?

3º) Se considera la función $f(x) = x \cdot e^x$. Se pide:

a) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Calcular $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

c) Hacer una gráfica de la función.

4º) Hacer un dibujo de la región limitada por las curvas $y = x^2$ e $y = x^5$, y calcular su área. Hallar también las ecuaciones de las rectas tangentes a estas curvas en sus puntos de corte.

****

OPCIÓN B

1º) Hallar las asíntotas y los extremos relativos de la función $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$. Hacer una gráfica aproximada de la función.

2º) Sabemos que las rectas $r\equiv\frac{x+1}{2}=\frac{y+k}{3}=\frac{z-1}{-2}$ y $s\equiv\frac{x}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-k}{3}$ se cortan en un punto. Hallar el valor de k y la ecuación en forma general del plano que determinan.

3º) Se considera la ecuación $x^3+x^2+mx-6=0$. Utilizando el Teorema de Bolzano, demostrar que:

a) Si m > -3 entonces la ecuación tiene al menos una raíz real menor que 2

b) si m < -3 entonces la ecuación tiene al menos una raíz real mayor que 2.

4º) Determinar todas las matrices X, tales que $X\cdot\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -2\end{pmatrix}\cdot X$.

****